Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen und Spuren

1. Ein Zeichen ist nach Bense (1967, S. 9) ein „Meta-Objekt", d.h. ein Etwas, das ein Objekt substituiert und dadurch repräsentiert. Nach Bense wird jedes Zeichen formal durch eine Zeichenklasse erfassbar, eine Isomorphieklasse über drei Relationen, welche formal durch drei „Subzeichen" ausgedrückt werden, von denen jedes eine eindeutige Thematisation besitzt, und zwar im Mittelbezug entweder (1.1), (1.2) oder (1.3), im Objektbezug entweder (2.1), (2.2) oder (2.3), und im Interpretantenbezug entweder (3.1), (3.2) oder (3.3). Durch die Eindeutigkeit der gewählten, bestimmten oder vorbestimmten Subzeichen ergibt sich jeweils kein Zweifel an der Repräsentationsfunktion einer Zeichenklasse in allen drei Zeichenbezügen, d.h. es handelt sich in jedem Falle um scharfe und nicht um unscharfe (fuzzy) Mengen bzw. Relationen. Noch anders ausgedrückt: Z.B. sind der iconische (2.1), der indexikalische (2.2) und der symbolische (2.3) Objektbezug diskrete Subklassen der Zeichenklassen, d.h. jedes Zeichen, das Element einer Zeichenklasse ist, gehört einem und nur einem Objektbezug an; dasselbe gilt praemissis praemittendis für den Mittel- und den Interpretantenbezug.

2. Wenn wir die Vorstellung einer diskreten relationalen Menge, genauer: einer Unterklasse einer Zeichenklasse, für die Subzeichen aufheben „fuzzyfizieren" wir sie in einem gewissen Sinne, insofern dann ein Zeichen innerhalb einer Zeichenklasse z.B. gleichzeitig mehreren Objektbezügen angehören kann, oder insofern einfach z.B. die Frage nach der Objektrelation eines Zeichens schwebend gehalten werden kann. Formal können wir dies tun, indem wir die statisch-dynamische Konzeption eines Subzeichens durch die dynamisch-statische Konzeption seiner Spur ersetzen. Eine Spur ist eine Möglichkeit eines Zeichens oder Subzeichens, d.h. die Möglichkeit eines Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezugs. Daher ist die Thematisation einer Spur im Gegensatz zu der eines Zeichens nie eindeutig, sondern hält stets eine vierfache Möglichkeit bereit. Es sei

Sz = (a.b)

ein Subzeichen. Dann kann seine Spur in den folgenden 4 allgemeinen Formen notiert werden:

$(a_{\rightarrow b}), (a_{\leftarrow b}), (b_{\rightarrow a}), (b_{\leftarrow a})$,

wobei die beiden letzteren die zu den beiden ersten dualen Spuren sind. Eine vollständige Übersicht über die Spuren und ihre Dualen liefern die Spurenmatrix und ihre Transponierte. Die je drei Nullzeichen, durch welche die Peircesche Zeichenrelation in eine tetradisch-trichotomische Relation transformierbar ist, wurden hier blockartig abgetrennt:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 2} & 1_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\rightarrow \varnothing} & 2_{\rightarrow \varnothing} & 3_{\rightarrow \varnothing} \\ \hline 1_{\rightarrow 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\rightarrow 3} & 2_{\rightarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right)^{T}$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$$\begin{array}{lcl}
(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) & \rightarrow & (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 1}) \times (1_{\rightarrow 1}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3) & \rightarrow & (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) & \rightarrow & (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (3_{\rightarrow 1}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3) & \rightarrow & (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3) & \rightarrow & (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3) & \rightarrow & (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3}) \\
(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) & \rightarrow & (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}) \\
(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) & \rightarrow & (3_{\rightarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\rightarrow 3})
\end{array}$$

Wie man erkennt, bleiben in der semiotischen Spurentheorie fundamentale Ergebnisse der Theoretischen Semiotik wie etwa die Eigenrealität der Zeichen $(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$ oder die „technische Realität" der Genuinen Kategorien $(3_{\rightarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\rightarrow 3})$ erhalten (vgl. Bense 1992).

4. Wenn man von Spuren anstatt von diskreten Subzeichen ausgeht, ergibt sich die Notwendigkeit, das Nullzeichen zu benutzen, das allerdings auch ausserhalb des Kontextes der Spurentheorie ganz zwanglos ergibt, wenn man aus der Menge des Peirceschen Zeichens

$$ZR = \{M, O, I\}$$

die Potenzmenge bildet

$$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}.$$

Sobald man einen Zeichenbezug fuzzyfiziert, ergibt sich ein (offenes oder geschlossenes) Intervall zwischen dem Nicht-Zustandekommen ($\varnothing$) und dem Zustandekommen (ZR) des Zeichenbezugs bzw. Subzeichenbezugs. Anstatt aber das Zeichen von Anfang an als eine unscharfe Menge einzuführen, ist es wegen des auch in der Spur als „Redukt" des Subzeichens noch erhaltenen Doppelcharakters des Zeichens zweckdienlicher, dieses wie bisher seit Peirce zu definieren, dabei aber von der Potenzmenge auszugehen. Während die Subzeichen, wie gesagt, zugleich statische „Momente" und dynamische „Semiosen" sind (vgl. Bense 1975, S. 92), d.h. sowohl „Objekte" als auch „Abbildungen", handelt die von Bense eingeführte semiotische Kategorietheorie primär mit Abbildungen und sekundär mit Objekten. Die von mir eingeführte Spurentheorie dagegen handelt sozusagen primär mit Objekten und sekundär mit Abbildungen. Etwas intuitiver könnte man sagen: Eine semiotische Spur ist ein Objekt mit „Abbildungsstummel", also ein „gerichtetes Objekt".

5. Da man jedes Subzeichen als vierfaches gerichtetes Objekt, d.h. vierfache Spur schreiben kann, gilt dies natürlich auch für das Nullzeichen, das ja ebenfalls in seiner dualen Form auftritt, wie man anhand der obigen Transponierten der Spurenmatrix sehen kann. Da das Nullzeichen Teil jedes Zeichens ist, ergeben sich damit aber nicht nur 4, sondern 8 gerichtete Objekte pro Subzeichen. Wenn wir Sz = (a.b) = (3.1) setzen, haben wir z.B.

$$\begin{array}{cc||c|c}
3_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 3} & \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow \varnothing} \\
 & & & \\
3_{\leftarrow 1} & 1_{\leftarrow 3} & \varnothing_{\leftarrow 1} & 1_{\leftarrow \varnothing}
\end{array}$$

Bei den 4 Spuren links vom dicken Trennstrich sind sowohl Domänen als auch Codomänen $\neq \varnothing$. Auf der rechten Seite stehen links vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle mit D = ∅, C ≠ ∅, und rechts vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle von D ≠ ∅, C = ∅.

6. Allerdings ergibt sich folgendes Problem: Trotz ihrer gleichen Struktur mit den Fällen, wo D ≠ ∅, C ≠ ∅, sind von den vier Fällen

$\varnothing_{\rightarrow 1}$ $\quad$ $1_{\rightarrow \varnothing}$
$\varnothing_{\leftarrow 1}$ $\quad$ $1_{\leftarrow \varnothing}$

die beiden zur Rechten semiotisch unterspezifiert, denn nach der Spurenmatrix und ihrer Transponierten tritt ja das nicht-duale ebenso wie das duale Nullzeichen jeweils in dreifacher Gestalt auf. D.h., man würde, etwas entsprechend zu einem Term wie $3_{\rightarrow 1}$, Nullzeichen-Terme der folgenden Gestalt erwarten

$1_{\rightarrow \varnothing} \rightarrow \{(1_{\rightarrow \varnothing 1}), (1_{\rightarrow \varnothing 2}), (1_{\rightarrow \varnothing 3})\}$
$2_{\rightarrow \varnothing} \rightarrow \{(2_{\rightarrow \varnothing 1}), (2_{\rightarrow \varnothing 2}), (2_{\rightarrow \varnothing 3})\}$
$3_{\rightarrow \varnothing} \rightarrow \{(3_{\rightarrow \varnothing 1}), (3_{\rightarrow \varnothing 2}), (3_{\rightarrow \varnothing 3})\}$.

Das sind allerdings die in Toth (2009) eingeführten Bi-Spuren, also Spuren, deren Codomänen selbst Spuren sind, denn es ist ja

$\{(a_{\rightarrow \varnothing 1}), (b_{\rightarrow \varnothing 2}), (c_{\rightarrow \varnothing 3})\} = \{(a_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 1}), (b_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 2}), (c_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 3})\}$.

Damit haben wir allerdings die Möglichkeit (bzw. die Pflicht?), auch die entsprechenden nicht-dualen Fälle zu spezifizieren:

$\times\{(1_{\rightarrow \varnothing 1}), (1_{\rightarrow \varnothing 2}), (1_{\rightarrow \varnothing 3})\} = \{(\varnothing_{1\rightarrow 1}), (\varnothing_{2\rightarrow 1}), (\varnothing_{3\rightarrow 1})\}$
$\times\{(2_{\rightarrow \varnothing 1}), (2_{\rightarrow \varnothing 2}), (2_{\rightarrow \varnothing 3})\} = \{(\varnothing_{1\rightarrow 2}), (\varnothing_{2\rightarrow 2}), (\varnothing_{3\rightarrow 2})\}$
$\times\{(3_{\rightarrow \varnothing 1}), (3_{\rightarrow \varnothing 2}), (3_{\rightarrow \varnothing 3})\}. = \{(\varnothing_{1\rightarrow 3}), (\varnothing_{2\rightarrow 3}), (\varnothing_{3\rightarrow 3})\}$.

7. Man kann sich damit fragen, ob es nicht sinnvoll ist, von Anfang an die spurentheoretische Semiotik auf Bi-Spuren anstatt auf einfachen Spuren zu begründen. In diesem Fall würden also die einzelnen Subzeichen und ihre (einzelnen) Kategorien bzw. Morphismen Bi-Spuren gegenüberstehen, man hätte also einen ähnlichen Fall wie seinerzeit in der reinen Mathematik, als Bénabou die Bi-Kategorien einführte (Bénabou 1967). Das Problem liegt aber darin, dass man dann für alle Spuren, bei denen entweder D ≠ ∅ oder/und C ≠ ∅, Terme bekäme wie den folgenden

$1_{1\to 2}$,

was also einer doppelten Abbildung

$(1 \to 1) \circ (1 \to 2) = (1 \to 2)$

über je eine gemeinsame („homogene") C/D entspräche. Das ist nun allerdings möglich, denn man kann alle Subzeichen (a.b) auf diese Weise analysieren:

$(1 \to 1) \circ (1 \to 1) = (1 \to 1)$
$(1 \to 2) \circ (2 \to 2) = (1 \to 2)$
$(1 \to 3) \circ (3 \to 3) = (1 \to 3)$

$(2 \to 1) \circ (1 \to 1) = (2 \to 1)$
$(2 \to 2) \circ (2 \to 2) = (2 \to 2)$
$(2 \to 3) \circ (3 \to 3) = (2 \to 3)$

$(3 \to 1) \circ (1 \to 1) = (3 \to 1)$
$(3 \to 2) \circ (2 \to 2) = (3 \to 2)$
$(3 \to 3) \circ (3 \to 3) = (3 \to 3)$,

indem man sie entsprechend ihrer Codomäne C = b mit dem entsprechenden identitiven Morphismus (b.b) ($b \in \{1, 2, 3\}$) multipliziert. Weitere Untersuchungen sind dringend nötig.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77
Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

26.10.2009